令 和 2 年 度 学 力 検 査 問 題

数　　　学　（4 枚のうち　その 1）

受験番号	番

1 a は実数の定数とし，2 次関数 $f(x)=-3x^2+4ax$ $(a-1\leqq x\leqq a+1)$ の最小値を $m(a)$，最大値を $M(a)$ とする。 (1) $m(a)$ を求め，$b=m(a)$ のグラフを ab 平面上にかけ。 (2) $M(a)-m(a)$ を求め，$b=M(a)-m(a)$ のグラフを ab 平面上にかけ。また，$M(a)-m(a)$ の最小値を求めよ。（解答はこのページ内におさめること）

2 xy 平面において，原点 O 以外の点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ に対して，半直線 OP 上に $\mathrm{OP}\cdot\mathrm{OQ}=4$ を満たす点 $\mathrm{Q}(s,\ t)$ をとる。 (1) 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の座標 $x,\ y$ を，点 $\mathrm{Q}(s,\ t)$ の座標 $s,\ t$ を用いて表せ。 (2) 点 P が直線 $x+2y=5$ 上を動くとき，点 Q の軌跡を求め xy 平面上に図示せよ。
(3) $(x-1)^2+(y-2)^2<5$ かつ $x+2y<5$ を満たす領域を D とする。点 P が領域 D 上を動くとき，点 Q の動く領域を求め xy 平面上に図示せよ。（解答はこのページ内におさめること）

令和2年度学力検査問題

数　　学　(4枚のうち　その2)

受験番号	番

3 $P(x)=x^5-6x^4+13x^3-12x^2+4x$ とし，曲線 $y^2=P(x)$ で囲まれる領域の面積を S とする。ただし，x，y は実数とする。（解答はこのページ内におさめること）

(1) $P(x)$ を因数分解せよ。

(2) 曲線 $y^2=P(x)$ の概形を xy 平面上にかけ。その際，x の変化に対する y の増減を調べよ。なお，y の極値は求めなくてよい。

(3) S を求めよ。

令和2年度学力検査問題

数　　　学　（4枚のうち　その3）

受験番号	番

4 $n+1$ 個の箱があり，これらには0番の箱，1番の箱，……，k 番の箱，……，n 番の箱という名前がついている。ただし n は自然数とし，これら $n+1$ 個の箱は，外から見たときには区別がつかないものとする。また，k 番の箱には，k 個の赤玉と $n-k$ 個の白玉が入っている。Aさんは，これら $n+1$ 個の箱から無作為に1個の箱を選んだ。選んだ箱をXとし，以後，この箱Xにおいて次の操作を何回も繰り返した。

操作：箱Xから無作為に1個の玉を取り出し，取り出した玉の色を確認してから，その玉を箱Xに戻す。

（解答はこのページ内におさめること）

(1) 1回目の操作で取り出した玉が赤玉である確率を求めよ。また，1回目の操作で取り出した玉が赤玉であったとき，箱Xが k 番の箱である確率を，n，k を用いて表せ。

(2) 1回目，2回目の操作で取り出した玉が，いずれも赤玉である確率を，n を用いて表せ。

(3) 1回目の操作で取り出した玉が赤玉であったとき，2回目の操作で取り出した玉も赤玉である確率を，n を用いて表せ。

(4) 1回目から m 回目までの操作で取り出した玉がいずれも赤玉であったとき，$m+1$ 回目の操作で取り出した玉も赤玉である確率を $p_m(n)$ とする。$\lim_{n\to\infty} p_m(n)$ を，m を用いて表せ。

令和2年度学力検査問題

数　　学　（4枚のうち　その4）

受験番号	番

5 原点をOとする xyz 空間に，3点 A(3, 1, 2)，B(5, −5, −2)，C(1, −3, 4) がある。また，2点A，Bを直径の両端とする球面を S とし，3点O，A，Cを含む平面を α とする。（解答はこのページ内におさめること）

(1) 球面 S の方程式を求めよ。

(2) 直線ACと球面 S の交点のうち，点Aとは異なる点Dの座標を求めよ。

(3) 点Bから平面 α に下ろした垂線をBHとする。点Hの座標を求めよ。

(4) $\cos\angle\mathrm{ADH}$ を求めよ。また，球面 S と平面 α が交わってできる円の直径を求めよ。